

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2021-2022 гг.
для 8 класса

Направление: Математика

№ п/п	Задача
1	Вычислить: $1+3+5+\dots+97+101$.
2	Морская вода содержит 5% соли. Сколько килограммов пресной воды необходимо добавить к 80 кг морской, чтобы содержание соли в последней было 4 %?
3	Решить систему: $\begin{cases} \frac{x}{4} - y = 7 \\ 3x + \frac{y}{2} = 9 \end{cases}$. В ответ записать сумму $x+y$.
4	При каком значении коэффициента k график функции $y=-kx-7$ проходит через точку $(2;6)$?
5	При каком значении параметра a система уравнений $\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ 10x - 4y = a \end{cases}$ имеет бесконечно много решений?
6	В первый месяц бурундук съел $\frac{3}{8}$ своих орехов. Во второй – 49% остатка, после чего у него осталось на 5 орехов больше, чем он съел во второй месяц. Сколько орехов запас бурундук?
7	Дано $a^2 - b^2 = 6$ и $(a-2)^2 - (b-2)^2 = 18$. Найти $a + b$.
8	В прямоугольном треугольнике ABC сторона AB является гипотенузой. На прямой, содержащей отрезок AB , вне его отмечены точки K и M таким образом, что $AK=AC$ и $BM=BC$. Найти угол KCM .
9	В классе 36 человек. Ученики этого класса посещают математический, физический и химический кружки, причем математический кружок посещают 18 человек, физический – 14 человек, химический – 10 человек. Известно, что 2 человека посещают все три кружка; 8 человек посещают и математический и физический кружки; 5 человек посещают и математический и химический кружки; 3 человека посещают и физический и химический кружки. Сколько учеников класса не посещают никакие кружки?
10	Дописать 523... три цифры так, чтобы полученное шестизначное число делилось без остатка на 7, 8 и 9.

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2021-2022 гг.
для 9 класса

Направление: Математика

№ п/п	Задача
1	Вычислить: $2+4+6+8+\dots+98+102$.
2	Арбуз весит 10 килограммов и имеет относительную влажность 99%. Арбуз сох, сох и усох, и его относительная влажность стала 98%. Каков теперь новый вес арбуза?
3	Найти сумму квадратов корней уравнения $2x^2 - 5x - 4 = 0$.
4	Решить неравенство: $(3x - x^2 - 2)^2 + (x^2 + 6x - 16)^2 \leq 0$.
5	Собака, находясь в точке A , погналась за лисицей, которая была на расстоянии 30 м от собаки. Скачок собаки – 2 м, скачок лисицы – 1 м. Собака делает 2 скачка за то же время, что лисица делает 3 скачка. На каком расстоянии от точки A собака догонит лисицу?
6	При каких значениях параметра a уравнение $(a-1)x^2 - 2ax + a = 0$ имеет корень, равный 2? Если таких значений несколько, то в ответ записать их сумму.
7	Решить систему уравнений: $\begin{cases} 3x - 5y + z = 47 \\ x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 25 \end{cases}$. В ответ записать сумму $x + y + z$.
8	В треугольнике ABC угол A в два раза больше угла C , сторона BC на 2 см больше стороны AB . $AC=5$ см. Найти AB .
9	Найти значение $f(4)$, если для любого x , $x \neq 0$, выполняется равенство: $2f(x) - 4f\left(\frac{1}{x}\right) = x$
10	Дано $a+b+c=7$, а $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} = \frac{7}{10}$. Найти $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$.

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2021-2022 гг.
для 10 класса

Направление: Математика

№ п/п	Задача
1	Найти $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Ответ округлить до сотых.
2	Решить неравенство: $\frac{(x^2 + x - 12)(x^2 - 3x + 2)(2 + x)^3}{(5 - x)(x^2 - x - 6)(x^2 + x + 1)} \geq 0$ В ответе указать наибольшее целое решение.
3	Решить систему уравнений: $\begin{cases} xy + y + x = 11 \\ x^2 y + xy^2 = 30 \end{cases}$ В ответ записать количество решений системы.
4	Решить уравнение: $\sqrt{5x + 6} - \sqrt{x + 2} = 2$. В ответ записать сумму решений.
5	Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода и встретились через 3 часа 20 минут. Сколько времени затратил на весь путь второй пешеход, если первый пришел в B на 5 часов позже, чем второй – в A .
6	Решить тригонометрическое уравнение: $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16}$ В ответе записать количество решений в интервале $[0; \frac{\pi}{4}]$.
7	При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + ax + a - 2 = 0$ будет наименьшей?
8	Решить неравенство: $(\frac{1}{\sqrt[6]{16}})^{2x} - 4(\frac{1}{\sqrt[9]{64}})^x - 32 < 0$. В ответ записать наименьшее целое значение x .
9	Площадь прямоугольной трапеции равна $2 + \sqrt{3}$, а острый угол при основании равен 75° . Найти квадрат высоты трапеции, если ее меньшая диагональ равна большему основанию.
10	Две вершины квадрата лежат на оси абсцисс, а две другие – на кривой $y = x - x^2$. Вычислить площадь квадрата. В ответ записать наибольшее из возможных значений площади, округлив его до сотых.

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2021-2022 гг.
для 11 класса

Направление: Математика

№ п/п	Задача
1	Вычислить: $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7$. Ответ округлить до сотых.
2	Найти $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
3	Решить уравнение: $\pi x - 2 \arcsin \left(\cos \left(-\frac{7\pi}{4} \right) \right) = 0$.
4	Основанием наклонной призмы служит параллелограмм со сторонами 3 и 6 и острым углом 45° . Боковое ребро призмы равно 4 и наклонено к плоскости основания под углом 30° . Найти объем призмы. Ответ округлить до сотых.
5	Из емкости со спиртом объемом 20 литров отлили некоторое количество литров спирта и долили такое же количество воды. Затем снова отлили это же количество смеси и опять долили столько же воды. В результате спирта в емкости оказалось в три раза меньше, чем воды. Сколько литров спирта отлили первоначально?
6	Решить систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - y^2 + (x+y)\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = 12 \end{cases}$ В ответ записать наименьшую сумму $x + y$.
7	В равнобедренном треугольнике длина основания равна 11 и угол при основании α такой, что $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$. Найти длину медианы, проведенной к боковой стороне.
8	Решить неравенство: $\left(\sqrt{6 + \sqrt{35}} \right)^x + \left(\sqrt{6 - \sqrt{35}} \right)^x \leq 12$. В ответ записать наибольшее целое число из множества решений неравенства.
9	Найти все значения параметра a , при которых система уравнений $\begin{cases} \log_x y = 1 \\ y = a + 5x - x^2 \end{cases}$ имеет единственное решение. В ответ записать наибольшее отрицательное значение a .
10	Дана немонотонная функция $f(x) = a x+1 + bx + 2$, $a, b \in R$. Найти все числа a и b такие, чтобы на отрезке $[-2; 0]$ минимальное значение этой функции равнялось -1 , а максимальное равнялось 3 . В ответ записать сумму $a+b$.